

# LE ORIGINI DELLA MATEMATICA

Vera Milena Zirafa

con contributi di Angela Crosta e Feliciano Della Mora

La parola «matematica» deriva dal greco μάθημα (màthema) che significa conoscenza o apprendimento.

Sin dalla preistoria venne elaborato il concetto di numero, ma si può dire che sia iniziata la matematica solo quando si cominciarono a registrare i risultati del contare, e quindi si introdusse una rappresentazione dei numeri.

Evidenze archeologiche mostrano la conoscenza rudimentale di alcune nozioni matematiche molto prima dell'invenzione della scrittura. A circa 20000 anni fa risale l'osso d'Ishango, ritrovato alle sorgenti del Nilo, su cui probabilmente è incisa la sequenza dei numeri primi<sup>104</sup>.

È probabile che tra le cause dello sviluppo della matematica ci siano stati, da un lato lo studio dell'astronomia, della misura del tempo e di metodiche per rilevare la posizione durante lunghi viaggi; dall'altro la necessità di nozioni pratiche empiriche per dividere i possedimenti terrieri, delimitare i confini dei campi, valutare le quantità di derrate alimentari, tenere archivi e svolgere commerci, costruire edifici e strade. Fin dalla remota antichità si era capito che anche la musica è legata a rapporti matematici (lunghezza delle diverse corde di uno strumento o delle canne di un flauto). Le nozioni di matematica, geometria, algebra, ecc. sembra che si siano sviluppate nelle varie parti del mondo in maniera spesso indipendente ed autonoma.

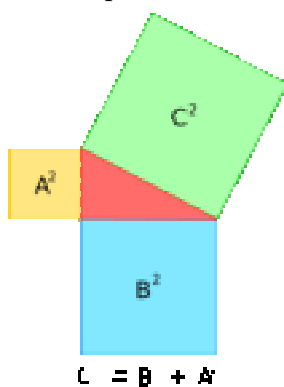
Monumenti megalitici, che in Egitto risalgono al quinto millennio a.C. ed in Inghilterra al terzo, concretizzano idee geometriche come quelle di cerchio, ellisse e terna pitagorica.

Le più antiche nozioni matematiche che ci sono giunte risalgono al terzo millennio a.C. e provengono prevalentemente dall'India settentrionale e dall'odierno Pakistan. Vennero sviluppati un sistema di pesi e misure uniformi il quale si serviva di frazioni decimali e di una grande varietà di forme e figure geometriche piane, anche intersecanti, e solide.

I Cinesi dal 200 a.C. al 1200 circa, realizzarono assai prima degli occidentali molte scoperte matematiche come: estrazione della radice quadrata, sistema di numerazione posizionale, sistemi di equazioni, teoremi di geometria e algebra, uso dei numeri negativi, numerazione a base due (già presente ne *Yi Jing*, I millennio a.C.); ma, a causa dell'isolamento della Cina, non vennero diffuse che molti secoli dopo.

In Egitto, Mesopotamia, India, Cina, in modo probabilmente indipendente, venne studiato il numero che, dal XVIII secolo, chiamiamo  $\pi$  (*pi greco*), cioè il rapporto tra una circonferenza e il suo diametro.

In Babilonia la matematica si sviluppò a partire dal 2000 a.C. Migliaia di tavolette risalenti al 1800-1600 a.C. illustrano un sistema numerico ormai consolidato, non con base 10, ma 60, particolarmente comodo perchè divisibile per 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30. Questo sistema di numerazione consentì la



Schema del Teorema di Pitagora"

rappresentazione di numeri e frazioni e fu il fondamento di ulteriori sviluppi matematici. Tracce di questa scelta si trovano ancora oggi nel sistema di misurazione del tempo e degli angoli.

I babilonesi svilupparono un sofisticato sistema matematico e realizzarono un gran numero di tavole di calcolo per la moltiplicazione, la divisione, i quadrati e l'interesse composto. Risolvevano anche complicati problemi applicando quello che oggi chiamiamo «teorema di Pitagora».

Sapevano risolvere equazioni di primo grado ed una delle loro tavole conteneva anche le soluzioni intere dell'equazione di secondo grado:  $a^2 + b^2 = x^2$ <sup>105</sup>.

Sapevano calcolare la somma di alcune serie aritmetiche e geometriche e delle successioni di quadrati, e inoltre ottennero una buona approssimazione della radice quadrata di 2; conoscevano le formule per il calcolo dell'area di rettangolo, triangoli, trapezi, e del volume di figure

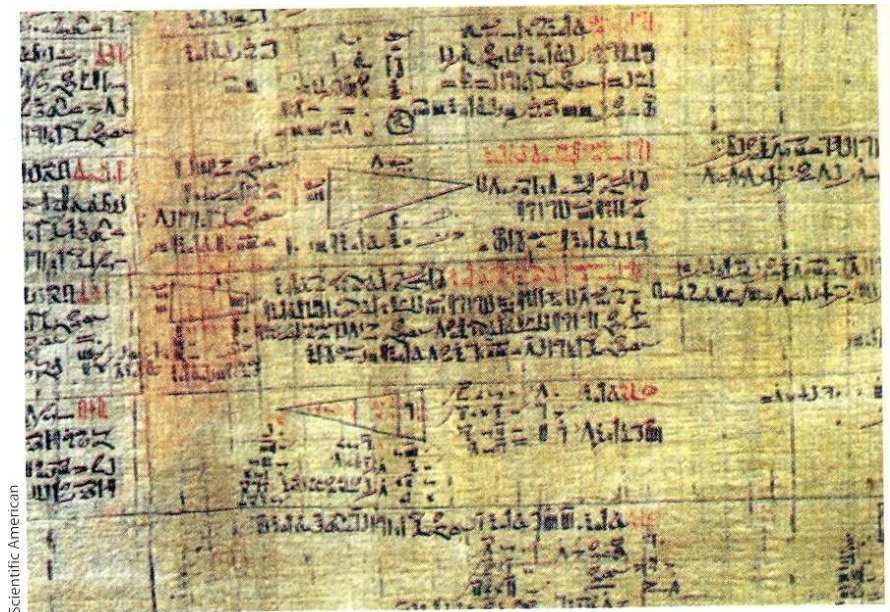
<sup>104</sup> I numeri primi sono quelli divisibili solo per 1 e per sé stessi (2, 3, 5, 7, 11...).

<sup>105</sup> Le equazioni si definiscono di primo o secondo grado a seconda che l'incognita, "x", compaia con esponente 1 o 2, ad esempio un'equazione di primo grado è:  $ax = b$ .

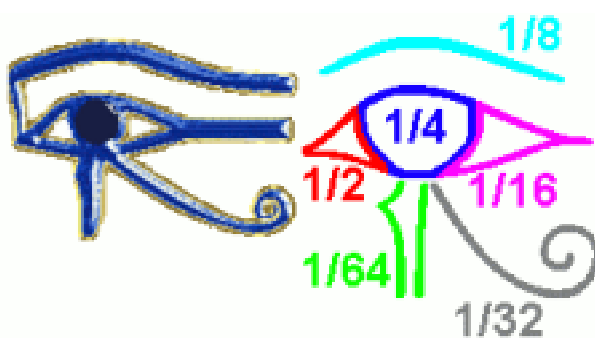
solidi semplici quali parallelepipedi e cilindri, ma non giunsero mai a una formula esatta per il volume della piramide.

I primi testi egizi, elaborati intorno al 1800 a.C., rivelano che era in uso un sistema di numerazione decimale, cioè basato su simboli distinti per indicare le potenze di 10 (1, 10, 100, 1000...), simile al sistema adottato in seguito dai Romani.

In geometria essi giunsero alle formule corrette per il calcolo dell'area dei triangoli, dei rettangoli, dei trapezi e del volume di figure solide come i parallelepipedi, i cilindri e, naturalmente, le piramidi. Nei testi matematici antico-egiziani, il più sistematico è il papiro di Rhind datato al 1650 a.C.



*Il papiro di Rhind (1650 a.C.)*



*L'occhio di Horus*

Curioso è l'«occhio di Horus» che presenta ben precisi rapporti fra le varie parti che indicano i primi sei termini della progressione geometrica in ragione  $\frac{1}{2}$ <sup>106</sup>.

Gli antichi Greci definirono i due processi mentali che stanno alla base del processo matematico: l'astrazione, cioè trarre un'idea generale dalla percezione di una o più qualità comuni a cose diverse, e la dimostrazione,

ovvero giungere da certe premesse a una conclusione in modo che non si possano trovare contraddizioni in nessuna parte dell'argomentazione.

Usavano un tipo di numerazione simile a quello egiziano, cioè formato dalla giustapposizione di vari simboli; solo a partire dal I sec. a.C. è attestata la numerazione tramite le lettere dell'alfabeto simile a quella già in uso presso gli Ebrei.

Tra le figure più importanti di matematici dell'antica Grecia:

**Talete** (Mileto, ~624~547 a.C.) stabilì alcuni importanti teoremi di geometria e misurò l'altezza della piramide di Cheope, in Egitto, applicando la similitudine dei triangoli.

**Pitagora** (Samo, ~571- ~496 a.C.) e la sua Scuola formularono e dimostrarono il teorema sui triangoli rettangoli che porta il nome del maestro. Ai pitagorici si deve anche lo studio delle relazioni tra numeri, dei quadrati e dei cubi; dei poliedri regolari; la scoperta delle relazioni tra la lunghezza ed il

<sup>106</sup> Una progressione geometrica è una successione di numeri tali che il rapporto tra due elementi consecutivi è sempre costante. Tale costante è detta *ragione* es  $1/8 : 1/4 = 1/8 \times 4/1 = 4/8 = 1/2$ .

tono di una corda vibrante e la definizione dell'irrazionalità della radice quadrata di 2 come rapporto tra il lato e la diagonale di un quadrato<sup>107</sup>.

**Ippocrate** (Coo, 460-377) scrisse il primo trattato di geometria *Elementi*, in cui introdusse le lettere dell'alfabeto per descrivere le figure geometriche; **Democrito** (Abdera, 460-370), **Eudosso** (Cnido, 408-353) e **Archita** (Taranto, 428 a.C.-Matino, 347 a.C.) risolsero importanti problemi di geometria e aritmetica, quali la determinazione di volumi, il teorema della «sezione aurea», già scoperta dalla scuola pitagorica

**Euclide** (Alessandria, ~367-283 a.C.) espose nei 13 libri degli *Elementi* la cultura ellenica che derivava dalle conoscenze matematiche e geometriche babilonesi ed egiziane; riordinò e sistemò, con numerose intuizioni proprie, procedendo per definizioni, postulati, assiomi con una esposizione che è rimasta classica.

Il siciliano **Archimede** (Siracusa, ~287-212 a.C.) si occupò in maniera geniale di aritmetica, algebra, geometria, fisica, grandi numeri, equazioni cubiche, potenze. Con il suo lavoro anticipò la legge esponenziale e il calcolo logaritmico<sup>108</sup> e pose i primi fondamenti del calcolo integrale per calcolare l'area del cerchio e della parabola.

**Apollonio di Perga** (Turchia) (262-190 a. C.) scrisse un trattato sulle coniche (le curve che risultano dalle sezioni di un cono) nel quale, tra l'altro, esse sono denominate con i nomi tuttora in uso di ellisse, parabola, iperbole, che rimase l'unico fino al XVII secolo, quando il filosofo e scienziato francese **René Descartes** tornò a occuparsi dell'argomento.

Il greco **Ipparco** (Nicea 190-125) fondò la trigonometria piana e sferica, **Erone** (il vecchio) (Alessandria, ~10 a.C.-~70 d.C.) compì importanti studi di geometria e fisica; **Diofanto** (di cui non è nota l'epoca, probabilmente alla fine dell'ellenismo), per primo in occidente usò dei simboli algebrici ed enunciò le regole per risolvere equazioni di primo e di secondo grado; quindi è considerato il padre dell'algebra.

**Claudio Tolomeo** (~100 d.C.-~175 d.C.) nell'*Almagesto* trattò problemi di trigonometria piana e sferica, introducendo gradi, minuti e secondi nella misurazione degli angoli e applicò i mezzi matematici di calcolo necessari alle osservazioni celesti; nacque così il sistema tolemaico che poneva la Terra al centro dell'universo.

Il latino **Severino Boezio** (Roma, 480-524) compì ricerche di logica, matematica, geometria, che ebbero grande influenza durante tutto il Medioevo.

Nel VI - VIII secolo in India già si usava la numerazione posizionale e specifici simboli per i numeri dall'1 al 9, più lo 0, una intuizione di enorme portata per lo sviluppo della matematica. Si conosceva la numerazione binaria; già erano state individuate, nel V secolo a.C. le funzioni trigonometriche e, nel secolo XI, il calcolo differenziale (l'analisi delle funzioni matematiche).

Gli Arabi diffusero la numerazione posizionale indiana, detta poi in Occidente «arabica». Comparvero nella matematica e nell'astronomia numerosi termini di origine araba: algebra, algoritmo, nadir, zenit, cifra, zero ecc. Il turkestanese **Muhammad ibn Mûsa al Khuwarizmi** compone il trattato *Al-giabr wa'l mu kabala* (*Del modo di assestare cose opposte*), dalla cui parola iniziale *al gabr*, che significa unione, connessione o completamento, deriverà il termine «algebra».

L'indiano **Sridhara** (nato nel 991) nel suo *Compendio di calcolo* dà una chiara considerazione sull'uso dello zero, con le proposizioni  $a + 0 = a$ ;  $0 \times a = 0$ ;  $a \times 0 = 0$ .

L'Occidente latino acquisì gran parte di queste conoscenze nel corso del XII secolo, ciò permise il rapido sviluppo della matematica che segnò il corso del tardo Medioevo.

**Leonardo Fibonacci**, pisano, nel suo trattato *Liber Abaci* (1202) fa risaltare i vantaggi del sistema di numerazione arabo, introducendolo in Europa. A lui si deve la serie di numeri, chiamata col suo nome.

## Bibliografia

[http://it.wikipedia.org/wiki/Storia\\_della\\_matematica](http://it.wikipedia.org/wiki/Storia_della_matematica)

[http://www.magiadeinumeri.it/Sezione\\_aurea.htm](http://www.magiadeinumeri.it/Sezione_aurea.htm)

Bagni G. T., *Storia della Matematica* (2 voll.), Pitagora Bologna, 1996

Bell E., *I grandi matematici*, Sansoni Milano, 1997

<sup>107</sup> Un numero irrazionale è quello che non può essere scritto come una frazione  $a/b$  con  $a$  e  $b$  interi e  $b$  diverso da 0 (4 ad esempio può essere scritto come  $8/2$ )

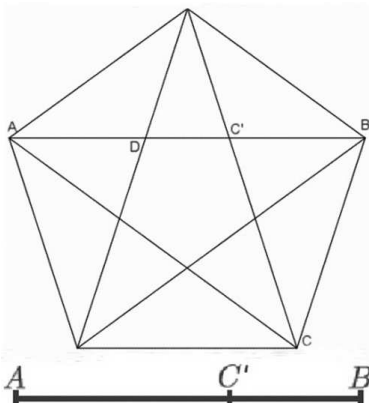
<sup>108</sup> Il logaritmo in base  $a$  di un numero  $x$  è l'esponente da dare ad  $a$  per ottenere  $x$ ; cioè se  $x = a^y$ , ne segue che  $y = \log_a x$

Boyer C.B. *Storia della matematica*, CDE Milano, 1986  
 Ifrah G. *Storia universale dei numeri*, Mondadori Milano, 1989  
 Bottazzini U. *Storia della matematica*, UTET Torino, 1998

Alcuni contributi al tema:

La sezione aurea

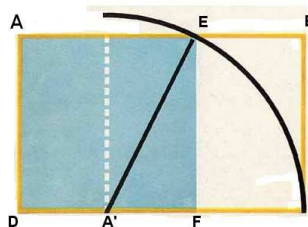
Il rapporto aureo venne definito intorno al VI secolo a.C., ad opera della scuola pitagorica. Il lato del decagono regolare inscritto in una circonferenza è la sezione aurea del raggio. Se si uniscono alternativamente i suoi vertici si ottiene un pentagono regolare; se anche nel pentagono si congiungono alternativamente i vertici, si ottiene una «stella a cinque punte» che i Pitagorici chiamarono *pentagramma* e considerarono simbolo dell'armonia ed assunsero come loro segno di riconoscimento. A questa figura è stata attribuita per millenni un'importanza misteriosa probabilmente per la sua proprietà di generare la sezione aurea; infatti ognuno dei cinque triangoli che si sono formati è un «triangolo aureo», vedi figura.



Il pentagramma della scuola di Pitagora

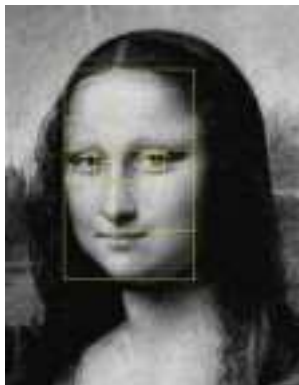
La definizione generale di sezione aurea è: il rapporto fra due grandezze disuguali, delle quali la maggiore è medio proporzionale tra la minore e la somma delle due, mentre lo stesso rapporto esiste anche tra la grandezza minore e la loro differenza. In formula, indicando con  $a$  la lunghezza maggiore e con  $b$  la lunghezza minore, vale la relazione:  
 $(a+b) : a = a : b = b : (a-b)$  Nella figura  $(AC + CB) : AC = AC : CB$

Tale rapporto vale approssimativamente 1,6180.



Il rettangolo aureo

Nel «rettangolo aureo» le proporzioni corrispondono alla sezione aurea. Per costruirlo, disegnare un quadrato di lato  $a$  i cui vertici saranno denominati, a partire dal vertice in alto a sinistra e procedendo in senso orario, AEFD. Quindi dividere il segmento AE in due chiamando il punto medio A'. Utilizzando il compasso e puntando in A' disegnare un arco che da E interseca il prolungamento del segmento DF in C. Con una squadra disegnare il segmento CB perpendicolare ad DF, ed il segmento EB, perpendicolare a EF. Il rettangolo ABCD è un rettangolo aureo nel quale il lato AB è diviso dal punto E esattamente nella sezione aurea.



Lo schizzo di Leonardo sulla legge strutturale del corpo umano

Sia le sue proprietà geometriche e matematiche, sia la frequente riproposizione in svariati contesti naturali, biologici, botanici, artistici, architettonici, musicali ne ha fatto una legge universale dell'armonia, della giusta proporzione tra due elementi, un «canone di bellezza» o di «proporzione divina».

L'equilibrio armonico che si percepisce nelle opere dell'arte classica e rinascimentale è il risultato di alcuni principi compositivi tra i quali anche la sezione aurea. Vari esperimenti suggeriscono che la percezione umana mostra una naturale preferenza per le proporzioni in accordo con la sezione aurea.

La sezione aurea, in quanto legge strutturale del corpo umano, ha avuto in Leonardo da Vinci (1452-1519) un geniale assertore, che collaborò con i suoi schizzi alla stesura del trattato *De Divina proportione* (Venezia, 1509) di Luca Pacioli.

Venne utilizzata nelle piramidi, nei templi greci (il rapporto tra lunghezza e larghezza era circa 1 : 0,618 e il timpano era costruito come un triangolo isoscele avente un angolo al vertice di 108°) e in molte chiese gotiche.

### La sezione aurea e l'architettura cistercense

La forma base dell'edificio delle chiese cistercensi è il modulo *ad quadratum* usato - piccolo - nella crociera e nelle navate laterali, nelle cappelle del transetto e - grande - nella navata centrale, nel coro, nell'incrocio della navata con il transetto e nel chiostro.

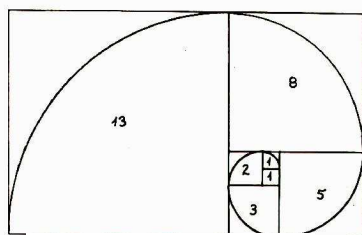
Spesso era utilizzato anche il doppio quadrato, cioè il rettangolo 1x2, che si ottiene unendo le due crociere delle navate laterali, corrispondenti a un lato della navata centrale.

Si è visto che, applicando opportuni calcoli matematici (teorema di Pitagora) al triangolo in cui può essere ripartito il rettangolo, si ottiene un rapporto corrispondente al numero aureo 1,618.

### La sequenza di Fibonacci

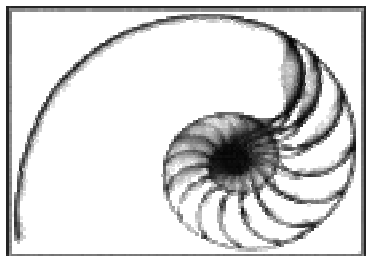
Il matematico pisano Leonardo Fibonacci elaborò la celebre sequenza intorno all'anno 1202

**Essa si compone di una serie di numeri: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21..Tra questi numeri esiste una relazione per cui ogni termine è uguale alla somma dei due immediatamente precedenti.** Inoltre il rapporto tra due termini successivi si avvicina a 0,61, il reciproco del numero aureo; infatti 1:2=0,500; 2:3=0,667; 3:5=0,600; 8:13=0,615; 5:8=0,625; 13:21=0,619; 21:34=0,618; 34:55=0,618.



*Esempio di spirale aurea*

Ecco un esempio di spirale aurea ricavata dal rettangolo aureo: le misure dei lati dei quadrati in cui è diviso seguono la serie di Fibonacci.



*Esempio di spirale a forma di conchiglia*

In natura diversi tipi di conchiglie (ad esempio quella del *Nautilus*) hanno una forma a spirale di questo tipo.

### **Da "LA STORIA - dalla preistoria all'Antico Egitto" (pag. 701) in *La Biblioteca di Repubblica*.**

La fondazione di un tempio, secondo il rito del "tendere la corda", spetta al faraone e il rito, attestato fin dalla "prima dinastia, continua fino in età romana: il re tendeva la corda ai quattro angoli della zona dove sorgeva l'edificio, zappava la terra lungo il contorno, costruiva un mattone, deponendo la prima pietra nelle fondazioni aggiungendovi inoltre talismani, placchette con il proprio nome e altri oggetti come deposito di fondazione.

La realizzazione delle opere d'edilizia spettava al "capo di tutti i lavori del re", l'architetto reale.

Il nome più antico di architetto che si conosca è quello di IMHOTEP, che costruì, per il faraone Gioser della III dinastia, il complesso funerario di Saqqara, una delle più suggestive creazioni dell'architettura egiziana, realizzazione in pietra bianca di una architettura, esistita in Egitto ben prima della III dinastia, che usava non pietra, ma legno e mattoni...»

## **Le nostre indagini in stile Csi sui computer dell'antichità.**

*Dopo Antikythera, scoperta la macchina babilonese per le 7 note.*

Autore: Luigi Grassia.

Fonte: La Stampa, Tuttoscienze, 21/10/2009

«Nell'antichità più remota, in epoca babilonese (non distante dall'inizio della Storia), esistevano già dei computer. E questi computer si prestano, oggi, a superperizie del tipo di quelle che si fanno nelle analisi poliziesche per cavarne fuori i contenuti nascosti. Solo che a frugarci dentro non si ricavano le prove per incastrare i colpevoli dei delitti, o per confermare gli alibi degli innocenti, ma si scoprono cose più fondamentali, come l'origine della sette note o i segreti dell'astronomia. Un tesoro di conoscenze inaspettato, da conquistare analizzando tavolette cuneiformi e pezzi di rotelle dentate di rame che ci sono state restituite da naufragi plurimillenni.

Per capire a che cosa ci hanno portato le scoperte archeologiche bisogna tener presente che con il termine di computer non si intendono solo le macchine digitali, ma anche i calcolatori analogici, cioè sistemi fisici (meccanici, idraulici o elettrici) che simulano altri sistemi fisici (o funzioni matematiche) per rappresentarne l'andamento e risolvere determinati problemi. Un computer analogico che molti di noi hanno usato a scuola è il regolo-calcolatore, che permette (o permetteva) di fare moltiplicazioni e divisioni sfruttando il concetto di logaritmo.

Ebbene, nella storia dell'umanità l'espedito del computer analogico è stato utilizzato in epoche sorprendentemente remote. Fino a poco tempo fa il più antico esempio era la macchina di Antikythera, risalente agli anni fra il 150 e il 100 a.C., in epoca ellenistica, ed era già una cosa remota, più di due millenni fa. Ma nelle ultime settimane le lancette dell'orologio che ha scandito il tempo del primo computer sono state spostate più indietro, fra il 1200 e l'800 a.C., in epoca babilonese.

Per prendere la rincorsa cominciamo dal calcolatore di Antikythera, che resta eccezionale anche se ha perso il record. È un anacronismo fatto macchina. Quando lo recuperarono dall'Egeo era corroso da duemila anni di permanenza in acqua. Il manufatto è di dimensioni compatte (30 cm per 15 per 7, 5) e contiene almeno 30 ruote dentate di bronzo. Perché è anacronistico? Perché la maggior parte di questi ingranaggi lavorano in modo da comporre dei «rotismi differenziali», un tipo di meccanismo che non è stato brevettato se non nel 1828 dall'orologiaio francese Pecqueur. È il sistema che si usa nei differenziali delle auto e nei riduttori delle eliche degli elicotteri. Eppure c'è anche lì, dove non dovrebbe.

La macchina di Antikythera era in grado di calcolare il sorgere del Sole, le fasi lunari, i movimenti dei cinque pianeti allora conosciuti, gli equinozi, i mesi e i giorni della settimana, operando, appunto, come calcolatore analogico. Il primo a notare l'eccezionalità del reperto, l'archeologo greco Valerios Stais del Museo nazionale di Atene, all'inizio lo scambiò per un orologio, ma poi notò delle raffigurazioni astronomiche sui lati e così intuì che dietro c'era una storia più complessa; in seguito un paziente restauro da parte dell'americano Derek John De Solla Price (università di Yale) ha portato alla ricostruzione attuale.

Adesso uno studioso inglese, il paleomusicologo Richard Dumbrill, ha svelato l'esistenza di un computer analogico ancora più antico, decifrando una tavoletta cuneiforme rinvenuta in Mesopotamia e risalente al 1200-800 a.C. Dumbrill ha costruito un modello in rame (funzionante) di quella macchina, che serviva ad accordare un liuto a sette corde, corrispondenti alle nostre sette note musicali. L'invenzione della scala musicale è attribuita, per tradizione, a Pitagora (VI secolo a. C.); in realtà Dumbrill dimostra che lo schema era noto secoli prima, e anzi, per dirla tutta, nel 2001 due studiosi dell'università di Bari, l'archoastronomo Nedim Vlora e la musicologa Anna Gabriella Caldaro, hanno avanzato la tesi che le sette note siano state inventate dagli Egizi addirittura nel IV millennio a.C.

Il computer analogico di Dumbrill è costruito con le istruzioni di una tavoletta babilonese, battezzata (senza la benché minima poesia) come reperto "Cbs 1766" e ora custodita in un museo di Philadelphia. Il calcolatore ricostruito è fatto da due dischi di rame sovrapposti, uno fisso e l'altro rotante, che contengono indicazioni per accordare sette corde. Nel disegno a forma di stella, inciso sul disco libero di ruotare, sono indicati gli intervalli fra le note suonate dalle diverse corde. I musicisti babilonesi quantificavano i rapporti frazionari della lunghezza delle varie corde e grazie a questi calcoli ottenevano le note volute, usando cognizioni matematiche molto evolute. Per dimostrare che lo strumento accordato era proprio un liuto, Dumbrill segnala che in un'altra tavoletta babilonese (coeva

o più antica) si vede la dea dell'amore Inana che per sedurre il dio della saggezza Enki e sottrargli il suo sapere suona il liuto.

L'invenzione del liuto è molto antecedente a quella del computer "Cbs 1766", che ha reso esplicito il rapporto fra musica e matematica; ma ancora prima dovette esserci un cacciatore che, un giorno, si accorse che la sonorità della vibrazione della corda del suo arco veniva amplificata, quando all'arco si appoggiava una ciotola; può darsi che la prima cassa di risonanza sia stata una zucca. Quando l'arco non serviva per la caccia, qualcuno pensò di legare la zucca per far vibrare meglio la corda, e la tappa successiva fu l'allacciamento di altre corde alle estremità dell'arco. Gli altri strumenti a corda, dall'arpa alla chitarra, sono nati da questa linea evolutiva. C'è sempre un prima, che chissà a quando risale.»



*Meccanismo analogico. La tavoletta rinvenuta in Mesopotamia e risalente tra il 1200 e l'800 a.C. che ha permesso la costruzione del modello (funzionante) di una macchina che serviva ad accordare un liuto a sette corde.*



*La meraviglia di Antikythera. Contiene almeno 30 ruote dentate di bronzo. Questa macchina era in grado di calcolare il sorgere del Sole, le fasi lunari, i movimenti dei cinque pianeti conosciuti, gli equinozi, i mesi e i giorni della settimana.*